

No. of Printed Pages : 6

Roll No.....

## ED-2708(S)

**B.A./B.Sc./B.Sc. B.Ed. (Part-II)**  
**Suppl. EXAMINATION, 2021**

**MATHEMATICS**

**Paper First**

**(Advanced Calculus)**

**Time : Three hours**

**Maximum Marks : 50**

निर्देश—सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

*All questions are compulsory. Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.*

**इकाई-1**

**Unit-1**

1. (अ) दर्शाइये कि अनुक्रम  $\{S_n\}_{n=1}^{\infty}$ , जहाँ—

$$S_n = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{n}$$

अभिसारी है।

ED-2708

[ 2 ]

Show that the sequence  $\{S_n\}_{n=1}^{\infty}$  where :

$$S_n = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \dots - \frac{1}{n}$$

is convergent.

(ब) श्रेणी  $1 - \frac{x}{2} + \frac{L^2}{3^2}x^2 - \frac{L^3}{4^3}x^3 + \dots$  का अभिसरण के लिए

परीक्षण कीजिए।

Test the convergence of the series :

$$1 - \frac{x}{2} + \frac{L^2}{3^2}x^2 - \frac{L^3}{4^3}x^3 + \dots$$

(स) एक निरपेक्ष अभिसारी श्रेणी अभिसारी होती है, किन्तु विलोम सदैव सत्य नहीं है।

Every absolutely convergent series is convergent but not conversely.

**इकाई-2**

**Unit-2**

2. (अ) सिद्ध कीजिए कि फलन  $f(x) = |x|$ ,  $x = 0$  पर संतत है, किन्तु  $x = 0$  पर अवकलनीय नहीं है, जहाँ  $|x|$  का अर्थ है,  $x$  का संख्यात्मक मान।

Prove that the function  $f(x) = |x|$  is continuous at  $x = 0$  but is not differentiable at  $x = 0$ , where the meaning of  $|x|$  is the numerical value of  $x$ .

(ब) रोले प्रमेय की व्याख्या निम्नलिखित फलनों के लिए कीजिए—  
 $f(x) = (x - a)^m(x - b)^n$  अन्तराल  $[a, b]$  में जहाँ  $m$  तथा  $n$  घन पूर्णांक हैं।

[P.T.O.]

[ 3 ]

ED-2708

Discuss Rolle's theorem for the following functions :

$f(x) = (x - a)^m(x - b)^n$  in the interval  $[a, b]$  where  $m$  and  $n$  are positive integer.

(स) टेलर प्रमेय से सिद्ध कीजिए कि यदि  $F(x)$  संतत है तो

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+2h) - 2F(x+h) + f(x)}{h^2} = F'(x)$$

If  $F(x)$  is continuous, then prove by Taylor's theorem, that

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+2h) - 2F(x+h) + f(x)}{h^2} = F'(x)$$

इकाई-3

Unit-3

3. (अ) यदि  $x^x y^y z^z = C$  तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{2z}{x y} = (x \log_e x)^{-1} \text{ जब } x = y = z$$

If  $x^x y^y z^z = C$  then prove that  $\frac{2z}{x y} = (x \log_e x)^{-1}$

when  $x = y = z$ .

(ब) समीकरण  $\sin^2 2z \frac{d^2 y}{dz^2} - \sin 4z \frac{dy}{dz} - 4y = 0$  का

रूपान्तरण  $\tan z = e^x$  रखकर कीजिए।

ED-2708

[ 4 ]

Transform the equation :

$$\sin^2 2z \frac{d^2 y}{dz^2} - \sin 4z \frac{dy}{dz} - 4y = 0$$

by putting  $\tan z = e^x$ .

(स) फलन  $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$  का  $(x - 2)$  और  $(y - 3)$  की घातों में प्रसार कीजिए।

Expand the function  $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$  in powers of  $(x - 2)$  and  $(y - 3)$ .

इकाई-4

Unit-4

4. (अ) दर्शाइये कि दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  के सापेक्ष, दीर्घवृत्त

$\frac{x^2}{h^2} + \frac{y^2}{k^2} = 1$  पर स्थित बिन्दुओं की ध्रुवीय (polars) का अन्विलोप  $\frac{h^2 x^2}{a^4} + \frac{k^2 y^2}{b^2} = 1$  है।

Show that the envelope of the polars of points on ellipse  $\frac{x^2}{h^2} + \frac{y^2}{k^2} = 1$  with respect to the ellipse

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  is  $\frac{h^2 x^2}{a^4} + \frac{k^2 y^2}{b^4} = 1$ .

(ब) दर्शाइये कि वक्र  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  के केन्द्रज का समीकरण  $(x - y)^{2/3} = (x + y)^{2/3} + 2a^{2/3}$  है।

[ 5 ]

ED-2708

Show that the equation to the evaluate of the curve

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3} \text{ is}$$

$$(x + y)^{2/3} = (x - y)^{2/3} + 2a^{2/3}.$$

(स) फलन  $u$  के उच्चिष्ठ व निम्निष्ठ मान की विवेचना कीजिए, जहाँ

$$u = x^3 y^2 (1 - x - y)$$

Discuss the maximum and minimum of function  $u$ , where :

$$u = x^3 y^2 (1 - x - y)$$

इकाई-5

Unit-5

5. (अ) मूल्यांकन कीजिए—

$$\int_0^1 \frac{x^5(1-x)}{(1-x)^{13}} dx$$

Evaluate :

$$\int_0^1 \frac{x^5(1-x)}{(1-x)^{13}} dx$$

(ब) मान लो R परवलय  $y = x^2$  और सरल रेखा  $y = x + 6$  के बीच का क्षेत्र है, तो मूल्यांकन कीजिए—

$$\int_R x dA$$

ED-2708

[ 6 ]

Let R be the region between the parabola  $y = x^2$  and straight line  $y = x + 6$ , then evaluate  $\int_R x dA$ .

(स) द्विशः समाकल के समाकलन का क्रम बदलिए—

$$I = \int_0^1 \int_y^1 x^2 CB(x^2 - xy) dy dx$$

और अतः इसका मूल्यांकन कीजिए।

Change the order of integration in

$$I = \int_0^1 \int_y^1 x^2 CB(x^2 - xy) dy dx$$