

B.Sc. (Part III) Internal Examination, 2020

MATHEMATICS

Paper Third (B)

(Discrete Mathematics)

Time: Three Hours

Maximum Marks : 100

नोट: प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) 500 से छोटे या बराबर ऐसे कितने धन पूर्णांक हैं जो 7 या 11, से विभाज्य हैं ?

How many positive integers not exceeding 500 are divisible by 7 or 11 ?

(ब) यदि $G = (\{0, 1\}, \{5\}, S, \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 1\})$ एक व्याकरण है, तो $L(G)$ ज्ञात कीजिए।

[2]

If $G = (\{0, 1\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 1\})$ is a grammar, find $L(G)$.

(स) यदि सफलता की प्रायिकता $\frac{1}{100}$ हो, तो इस बात के लिए कितने परखों की आवश्यकता होगी कि कम से कम एक सफलता की प्रायिकता आधे से बड़ी होगी ?

If $\frac{1}{100}$ be the probability of success, then find the number of trials so that the probability of success in at least one is greater than half.

इकाई-2

(UNIT-2)

2. (अ) मान लीजिए कि (L, \leq) एक जालक है तथा $a, b, c, d \in L$, तब निम्नलिखित निहितार्थों लागू होती हैं :

$$(i) a \leq b \text{ तथा } c \leq d \Rightarrow a \vee c \leq b \vee d$$

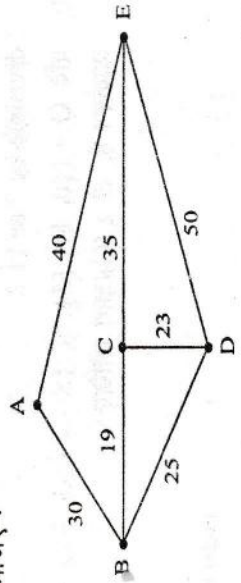
$$(ii) a \leq b \text{ तथा } c \leq d \Rightarrow a \wedge c \leq b \wedge d$$

Let (L, \leq) be a lattice and $a, b, c, d \in L$, then show that the following implications hold :

$$(i) a \leq b \text{ and } c \leq d \Rightarrow a \vee c \leq b \vee d$$

$$(ii) a \leq b \text{ and } c \leq d \Rightarrow a \wedge c \leq b \wedge d$$

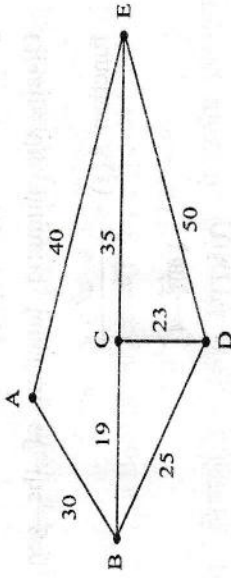
(ब) निम्नांकित आलेख के लिए चल विक्रेता समस्या को हल कीजिए :



(A-84)

[3]

Solve the travelling salesman problem for the following graph :



(स) 13 शीर्षों सहित एक द्विचर ड्री की महत्तम एवं लघुतम ऊँचाई ज्ञात कीजिए और ड्री का ग्राफ खींचिए।

Find the maximum and minimum height of a binary tree with 13 vertices and draw graph of the tree.

इकाई-3

(UNIT-3)

3. (अ) एक परिमित अवस्था यंत्र की अभिकल्पना कीजिए जो ठीक एक निर्गम 1 रखता है जब निवेश अनुक्रम अंकों 101 पर समाप्त होता है।

Design a finite state machine having an output of 1 exactly when the input sequence ends with the digits 101.

(ब) $a_0 = 0, a_1 = 1$ सहित $a_r = a_{r-1} + a_{r-2}, r \geq 2$ से परिभाषित फिबोनाची अनुक्रम $\{a_r\}$ के लिए जनक फलन ज्ञात कीजिए।

Find the generating function for the Fibonacci sequence $\{a_r\}$ defined by $a_r = a_{r-1} + a_{r-2}, r \geq 2$ with $a_0 = 0, a_1 = 1$.

(A-84) P. T. O.

[4]

(स) जनक फलन $A(z) = \frac{z^5}{5 - 6z + z^2}$ के संगत संख्यात्मक फलन ज्ञात कीजिए।

Obtain the numeric function of the generating

$$\text{function } A(z) = \frac{z^5}{5 - 6z + z^2}.$$

इकाई-4

(UNIT-4)

4. (अ) अंतर समीकरण :

$$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = 2^r$$

को हल कीजिए।

Solve the difference equation :

$$a_r - 4a_{r-1} + 4a_{r-2} = 2^r$$

(ब) जनन फलन विधि से निम्नलिखित अन्तर समीकरण को हल कीजिए :

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2$$

दिया गया है : $a_0 = 1, a_1 = 2$

Solve the following difference equation by using generating function method :

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2$$

given that : $a_0 = 1, a_1 = 2.$

(स) मान लीजिए H एक समूह G का एक उपसमूह है और परिभाषित कीजिए कि $K = \{x \in G : xH = Hx\}$ । सिद्ध कीजिए कि K, G का एक उपसमूह है।

Let H be a subgroup of a group G, K is defined by $K = \{x \in G : xH = Hx\}$. Prove that K is a subgroup of G.

(A-84)

[5]

इकाई-5

(UNIT-5)

5. (अ) एक बूलीय बीजगणित (B, +, ·, ') में सिद्ध कीजिए कि :

$$a + b \leq c \Leftrightarrow a \leq c, b \leq c$$

In a Boolean algebra (B, +, ·, ') prove that :

$$a + b \leq c \Leftrightarrow a \leq c, b \leq c$$

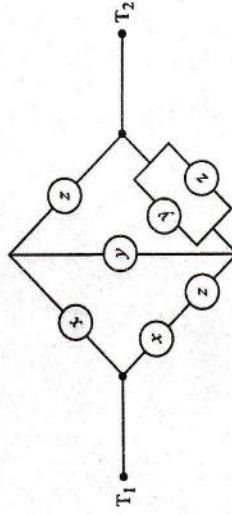
(ब) निम्नलिखित बूलीय फलन को संयोजनीय प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कीजिए :

$$F(x, y, z) = [x + (x' + y)]' \cdot [x + (y' \cdot z)']$$

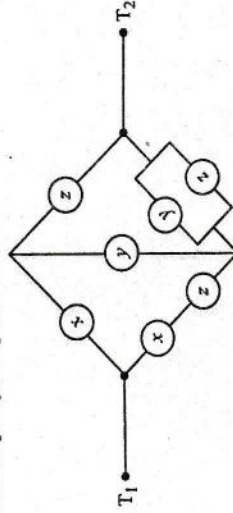
Change the following Boolean function to conjunctive normal form :

$$F(x, y, z) = [x + (x' + y)]' \cdot [x + (y' \cdot z)']$$

(स) निम्नलिखित परिपथ का बूलीय फलन ज्ञात कीजिए। यदि सम्भव हो तो इसे सरल कीजिए :



Find the Boolean function of the following circuit and simplify, if possible :



3,600

(A-84)