

(ब) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$ के समतल $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ द्वारा प्रतिच्छेद का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the section of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$ by the plane $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

(स) समीकरण :

$$x^2 + 4y^2 + z^2 - 4yz + 2zx - 4xy - 2x + 4y$$

$$- 2z - 3 = 0$$

का प्रामाणिक रूप में समान्यन कीजिए।

Reduce the equation to the standard form :

$$x^2 + 4y^2 + z^2 - 4yz + 2zx - 4xy - 2x + 4y$$

$$- 2z - 3 = 0.$$

5,300

(A-28)

B.A./ B.Sc./ B.Sc. B.Ed. (Part I)
Internal Examination, 2020

MATHEMATICS

Paper Third

(Vector Analysis and Geometry)

Time: Three Hours

Maximum Marks : 100

नोट : प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) सदिशों $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ का व्युत्क्रम निकाय परिभाषित कीजिए। यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ क्रमशः $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ के व्युत्क्रम निकाय सदिश हों, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a} = \frac{\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c}}{[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]}$$

(A-28) P. T. O.

Define the reciprocal system of vectors $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$. If $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$ are reciprocal vectors of vectors $\vec{a} \vec{b} \vec{c}$ respectively, then prove that :

$$\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]}$$

(ब) यदि :

$$\vec{a} = \sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j} + \theta \vec{k}$$

$$\vec{b} = \cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{j} - 3 \vec{k}$$

$$\vec{c} = 2 \vec{i} + 3 \vec{j} - \vec{k}$$

हो, तो $\theta = 0$ पर $\frac{d}{d\theta} \{ \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If :

$$\vec{a} = \sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j} + \theta \vec{k}$$

$$\vec{b} = \cos \theta \vec{i} - \sin \theta \vec{j} - 3 \vec{k}$$

$$\vec{c} = 2 \vec{i} + 3 \vec{j} - \vec{k}$$

find $\frac{d}{d\theta} \{ \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \}$ at $\theta = 0$.

(स) यदि :

$$V = e^{xyz} (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

हो, तो curl V ज्ञात कीजिए।

If :

$$V = e^{xyz} (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

find curl V.

इकाई-2

(UNIT-2)

2. (अ) यदि :

$$\vec{r}(t) = 5t \vec{i} + t \vec{j} - t^3 \vec{k}$$

हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_1^2 \vec{r} \times \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} dt = -14 \vec{i} + 75 \vec{j} - 15 \vec{k}$$

If :

$$\vec{r}(t) = 5t \vec{i} + t \vec{j} - t^3 \vec{k}$$

show that :

$$\int_1^2 \vec{r} \times \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} dt = -14 \vec{i} + 75 \vec{j} - 15 \vec{k}$$

(ब) दर्शाइए कि :

$$\iint_S (ax \vec{i} + by \vec{j} + cz \vec{k}) \cdot \hat{n} dS = \frac{4}{3} \pi (a + b + c),$$

जहाँ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ की सतह है।

Show that :

$$\iint_S ((ax \vec{i} + by \vec{j} + cz \vec{k}) \cdot \hat{n}) dS = \frac{4}{3} \pi (a + b + c),$$

where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

[4]

(स) स्टोक्स के प्रमेय का सत्यापन $\vec{F} = (x^2 + y^2)\mathbf{j} - 2xy\mathbf{j}$ के लिए कीजिए जबकि समाकल को $x = \pm a, y = 0, y = b$ से बने आयत के परितः किया गया है।

Verify Stokes theorem for $\vec{F} = (x^2 + y^2)\mathbf{j} - 2xy\mathbf{j}$ taken round to rectangle bounded by $x = \pm a, y = 0, y = b$.

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) शॉकव

$$21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 151 = 0.$$

का अनुरेखण कीजिए :

Trace the conic :

$$21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 151 = 0.$$

(ब) किसी शॉकव में सिद्ध कीजिए कि दो लम्बरूप नामीय जीवाओं के व्युत्क्रमों का योग अचर होता है।

In a conic prove that the sum of the reciprocals of two perpendicular focal chords is constant.

(स) शॉकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ के बिन्दु " α " पर स्पर्शरेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

To find the equation of the tangent at the point " α " of the conic :

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta.$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (α, β, γ) और आधार वक्र $ax^2 + by^2 = 1, z = 0$ है।

(A-28)

[5]

Find the equation of the cone whose vertex is (α, β, γ) and base curve $ax^2 + by^2 = 1, z = 0$.

(ब) उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 2 है तथा अक्ष सरल रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ है।

Find the equation of right circular cylinder whose radius is 2 and axis is the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

(स) बिन्दु $(1, 2, 3)$ से होकर जाने वाली रेखा :

$$x - y + 2z = 5$$

$$3x + y + z = 6.$$

के समांतर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the line through the point $(1, 2, 3)$ parallel to the line :

$$x - y + 2z = 5$$

$$3x + y + z = 6.$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) अतिपरवलयज :

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$$

के बिन्दु $(2, 3, -4)$ से होकर जाने वाली जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the generating lines of the hyperboloid :

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$$

which pass through the point $(2, 3, -4)$.

(A-28) P. T. O.